Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas

Matemáticas III (MA-1116)
2^{do} Examen Parcial (35%)
Sep-Dic 2022

Duración: 120 minutos

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS

Pregunta 1. (7 ptos.) Dado los puntos $a = (3, 1, 2)$, $b = (1, 5, -2)$ y $c = (1, 2, 0)$

- Halle la ecuación del plano Π_1 que pasa por los puntos a, b y c.
- Halle la ecuación del plano Π_2 que es perpendicular al plano Π_1 y lo intersecta en una recta que pasa por el punto a y es perpendicular a la recta que pasa por los puntos b y c.

Pregunta 2. (3 ptos. c/u) Para cada una de las siguientes afirmaciones determine si es verdadera o falsa:

i. $\mathbb{P}_2$ con la suma definifa por

$$(a_0 + a_1x + a_2x^2) \oplus (b_0 + b_1x + b_2x^2) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1 - 1)x + (a_2 + b_2)x^2$$

y la multiplicación por escalar usual es un espacio vectorial.

ii. $V = \big\{A = (a_{ij}) \in M_{m\times n} \mid a_{ij} = 0 \text{ si } i + j \text{ es impar}\big\}$ es un subespacio de $M_{m\times n}$ (con las operaciones usuales).

Pregunta 3. (5 ptos.) Halle todos los valores de α para los cuales el vector $(2, \alpha, 2, 4\alpha)$ pertenece al espacio generado por los vectores $(1, 1, 2, 2)$, $(5, 3, 10, 8)$, $(2, 5, 10, 7)$ y $(5, -6, 4, -1)$.

Pregunta 4. (8 ptos.) Considere el conjunto de vectores pertenecientes a $\mathbb{R}^5$:

$$\big\{(1, -1, 1, 0, 1), (-3, 3, -7, 0, -7), (1, 3, -2, 1, 0), (2, 2, 1, 1, 3)\big\}$$

- Determine si el conjunto es linealmente independiente.
- Extraiga un subconjunto de vectores linealmente independientes que tenga el mayor número de vectores posibles.
- Complete el subconjunto obtenido en el inciso anterior hasta formar una base para $\mathbb{R}^5$.

Pregunta 5. (9 ptos.) Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 21 & 0 & 9 & 0 \\ 1 & 7 & -1 & -2 & -1 \\ 2 & 14 & 0 & 6 & 1 \\ 6 & 42 & -1 & 13 & 0 \end{pmatrix}$$

Halle:

- Una base para el espacio nulo de A.
- Una base para la imagen de A.
- Una base para el espacio fila de A.
- La nulidad y el rango de A.